

# 演繹を中心とした経営数学の教授法

## Deductive Reasoning Based Business Mathematics Heuristics

白田 由香利\*

Yukari Shiota

**概要:** 経営数学を大学で講義する際の教授法として、推論エンジンシミュレーション法という方法を創案したので発表する。本方法においては、学生にまず2種類のルール・データベースを頭の中に構築してもらおう。ひとつは数学ルール・データベースであり、数学の公式がルールである。第2番目は経済・経営に関するルール・データベースであり、経済・経営に関するセオリーがルールとして格納される。経営に関する文章題が与えられた場合、文中の重要キーワードを探し、そのキーワードを使って、2種類のルール・データベースを検索し、関連するルールを収集する。そして、そのルールの集合に対して、演繹推論を行い、文章題で与えられたデータと、未知数との間の関係を求めていく。本稿では、推論エンジンシミュレーション方法を説明し、現在筆者が行っている、演繹を中心とした経営数学の教授法について述べる。

### 1. はじめに

本稿では、筆者が創案した推論エンジンシミュレーション法という経営数学問題教授法について説明する。筆者の経営数学の講義では、演繹推論のトレーニングを重視し、推論による問題解決アプローチを実践している。推論エンジンシミュレーション法とは、推論による問題解決アプローチを学生に強く意識させて、演繹推論の習慣づけをさせるために筆者が考え出した方法である。

コンピュータに経営数学の文章題を解かせる場合を考えよう。推論を行わせるためには、まず、経営知識データベース、と、数学知識データベースの両方を構築する。そして、そのデータベースの中に、知識をルール（あるいはセオリー）として、蓄積する。ここまですべて準備である。何か経営数学問題が与えられたとき、文章題の中のキーワードを検索キーワードとして、その2種類のデータベースに検索をかける。たとえば、「最大値を求める」というキーワードで検索をかける。検索して求めたルールに対して、現在の文章題で与えられているデータを代入することで、最終的に未知数を求める。

この方法は、推論システムだけでなく、人間にも適応可能である。もちろん、人間のほうが、複雑なキーワードの関連づけが可能であるので、推論システムよりもはるかに難しい検索や関連づけが可能となる。コンピュータにルールを記憶させるために、述語論理を多数記述するよりは、人間の学生に通常の言語で説明するほうがはるかに容易である。

本稿では、筆者の実践する推論エンジンシミュレーション法を説明する。次節では、筆者の経営数学では演繹推論をトレーニングすることを重要課題としていることを説明し、経営数学と演繹推論に関することを論じる。第3節では、筆者の提案する推論エンジンシミュレーション法を説明する。第4節はまとめである。

### 2. 経営数学と演繹推論

本節では、筆者の経営数学の講義で行っている演繹推論を重要視した教授法を説明する。

著者は元来コンピュータ・サイエンティストであり、特にデータベースの研究を行ってきた。自分で

---

\*学習院大学(Gakushuin University)

コンピュータ・システムを構築し、数学用 e-Learning システムや、Prolog というコンピュータ言語で経営数学用推論システムを開発してきた。これらの研究テーマは、「コンピュータに経営数学の問題を解かせるためには、どのようにデータベースを構築すればよいか」「その上でどのように推論を行わせれば、問題をコンピュータに解かせることが可能か」ということである。これらのシステムはドメインを非常に限定するという条件を課せば、部分的ではあるが、問題解決に有効な手段であることが分かっている。

筆者はこうした推論システムを構築した経験から、コンピュータに問題を解かせる手法が、人間である学生に問題を解かせる場合にも適応可能ではないかと考えた。もうひとつは、経営数学の講義で行ってきた推論による問題解決アプローチである。推論による問題解決アプローチを効果的に学生に実践させるために考案した方法が本稿で述べる「推論エンジンシミュレーション法 (Inference Engine Simulating Method)」である。

推論エンジンシミュレーション法の概要は以下の通りである：

- 学生にまず 2 種類のルール・データベースを頭の中に構築してもらう。ひとつは数学ルール・データベースであり、数学の公式がルールである。第 2 番目は経済・経営に関するルール・データベースであり、経済・経営に関するセオリーがルールとして格納される。
- 経営に関する文章題が与えられた場合、文中の重要キーワードを探し、そのキーワードを使って、2 種類のルール・データベースを検索し、関連するルールを収集する。そして、そのルールの集合に対して、演繹推論を行い、文章題で与えられたデータと、未知数との間の関係を求めていく。

このように、推論エンジンシミュレーション法は、知識データベース(ルール・データベース)と推論エンジンを強く意識しながら数学問題を解くことを特長としている。学生は、2 種類のデータベース中のルール(知識)を組み合わせて、あるいは加工する(推論)ことにより、数学問題を解く。現在発見したルールがどちらのルール・データベースから出てきたものであるかを質問し、学生に意識させることにより、学生の頭の中の知識が整理される。

一般的な推論について少し述べる。人間は賢く行動するが、人間の行っている「賢い」行動は、知っている多くの事実(知識)を組み合わせて、あるいは加工する(推論)ことに基づいて行われている[1]。人間が数学を解く場面を考えてみると、「数学問題を解くという行動は、既にデータベースに蓄えられている知識(ルール)を組み合わせて、あるいは推論することに基づいて行われる」と解釈できる。ルール・データベースは、知識データベースとも言い換えられる。ルール・データベースには、知識がルールとして記述され、蓄積されている。

ルール・データベースとしてどのような種類のものが必要か考えてみる。数学問題が対象であるので、数学ルール・データベースは必須である。そして問題分野ごとに異なる専門分野の知識が必要であるので、経営数学であれば、経営ルール・データベースが必要となり、物理数学では、物理ルール・データベースが必要になる。このようにルール・データベースを分割することにより、学生の頭の中の知識の整理が容易になると筆者は考える。

筆者の経営数学で使う推論とは、演繹的推論である。演繹的推論(deductive inference あるいは deductive reasoning)とは、一般的に成り立っている事柄から、個別的な情報を導き出す推論で、この結果は必然的に、すなわち、常に成立する[2]。この他、帰納的推論(inductive reasoning)がよく知られているが、帰納的推論では、個別的に成り立っている関連する多くの情報から、これらを包含する一般的な情報を導く。この結果は多くの場合成立するが、必ず成立するという保証はない[2]。筆者の経営数学の範囲は、制約付き 2 変数関数の最適化問題まで扱う。証明問題はなく全て解を求めるタイプの問題である。よって問題解決に必要な推論は演繹推論のみである。学生によっては、個々の問題を解くことから、より抽象的なカテゴリーを頭の中に構築してくれているかもしれないが、講義しているのは演繹推論だけである。

演繹推論帰納をもったデータベースを演繹データベースと呼ぶ[3]。演繹データベースでは、ルールは述語論理形式で記述するが、常識といえるような知識を記述するために多大な述語論理の記述が必要となる。コンピュータに代わって、人間に演繹推論を行ってもらった場合、この述語論理の記述が非常に簡

単化できる。人間はコンピュータと違い、非常に優れた情報処理能力をもっているため、述語論理ではなく普通の式や言葉で記述することができるからである。つまり公式集に書かれている公式の式や言葉そのままの記述が利用可能である。

また、演繹データベース・システムで推論を行うと、ひとつの解を得るまでに、ルールの組合せにおいて、非常に多くの試行錯誤が起こってしまうことが問題となる。しかし人間が行う場合、人間の情報処理能力は優れているので、関連するルールを検索する際、キーワードを用いることが可能となる。ルール 1 個に対し、複数の検索キーワードを付けて記憶することにより、検索を効率よく行うことが可能となる。その検索キーワードの記述に関しても、人間は、コンピュータ上で表現しにくいような抽象的な表現で覚えておくことが可能であるという利点がある。

また、人間は、ルールを組み合わせる際も、記号の置き換え、式の変形といった処理が、必要に応じて適宜行えるという利点がある。違う変数を使っている、そのコンテキストを理解し、対応関係を発見することができる。また、類似性のあるルールを見つけて、直面する問題にカスタマイズして適用することもできる。こうした点が、人間が推論を行う際の優位性といえる。

筆者の経営数学の講義では、論理的に考えるスキルを習得させることをゴールとしている。その論理的思考の中心は、上述したように演繹推論である。そして経営数学の講義では、「推論のトレーニングとして経営数学という講義をとらえてほしい」と学生に説明している。もちろん数学は演繹推論だけではなく、各種の推論能力を養う科目である。数学における推論能力の重要性については多くの数学者が研究している[4]。演繹推論能力に注目した、推論エンジンシミュレーション法は、こうした演繹推論の観点からしても、演繹推論による問題解決アプローチを実践させる際の有効な教授法であると筆者は考える。

次にルールの記憶、特に数学公式の記憶方法について筆者の考えるところを述べる。人工知能の研究の分野に機械学習がある。これは、機械(コンピュータ)に学習をさせるためのプログラムに関する研究である。この機械学習の分野の中に、効率的学習というテーマがある。効率的学習を論理的に見ると、以下のようなになる[5]：

$A \rightarrow B$  と  $B \rightarrow C$  という論理式が事前知識に含まれるときに、「 $A \rightarrow B$  かつ  $B \rightarrow C$  ゆえに  $A \rightarrow C$  である」という推論が証明過程において頻繁に出現するのであれば、「 $A \rightarrow C$ 」も事前知識に含めよう。

この機械学習における効率的学習を、推論エンジンシミュレーション法の場面に置き換えてみると、「頻繁に出現する解法パターンはルールとして暗記しておこう」となるだろう。すなわち、ある特定の条件下で推論された結果は、次回からは直接ルールとして使えるように、それも予めデータベースに格納しておいた方が効率的であるからである。機械学習において、これは効率性向上のために非常に有効である。しかし、人間の学生の場合、機械に比べて記憶は正確でないことが多い。ルールを多数作って、多数暗記したがために、似たようなルールが増えてしまい、間違えて覚えたのでは問題が解けない。間違えて覚えて解けないよりは、ベースとなる重要なルールだけを正確に暗記しておき、正確に推論を行ったほうがはるかによい。

学生は経営数学の学習において、効率化のために、派生ルールをどこまで暗記すべきか、という問題は、その学生の状況に依存して大きく異なってくる。基本ルールを正しく理解し使いこなせないうちは、派生ルールを暗記しても混乱するだけであろう。基本ルールをまず十分理解し、広く活用できるようにすることが重要と考える。

### 3. 推論エンジンシミュレーション法

本節では、推論エンジンシミュレーション法を詳しく説明する。

まず、推論エンジンシミュレーション法を学生に指導する場合、どのように指導するかについて説明する。言葉がけとして表現すると以下のようなになる。

1. 頭の中に2種類のルール・データベースを構築しましょう。基本的なルールは記憶しましょう。

2. 文章題を見たら、「与えられたデータ」および「未知数」をノートに書き出しましょう。
3. 未知数を求めるために、重要なキーワードを探しましょう。そのキーワードで2種類のルール・データベースに検索をかけましょう。
4. ルールは文章で与えられている場合もあります。
5. 必要なルールが集められたら、そのルールに対して演繹推論を行い、与えられたデータと未知数の間の関係を求めましょう。
6. その関係を表している方程式、あるいは連立方程式を解くことで解が求まります。

図1に経済・経営ルール・データベースのようすを示した。この図に示したのは、「最適化問題」および「複利法」に関するルールである。等比数列の和の公式は数学ルール・データベースに存在する。図1の問題では、演繹推論を行い、利潤 $\pi$ を生産量 $Q$ の関数として表した後、その $\pi(Q)$ に対して数学ルール「1変数関数の極大値を求める」を適応する。そして未知数である $Q$ を求める。

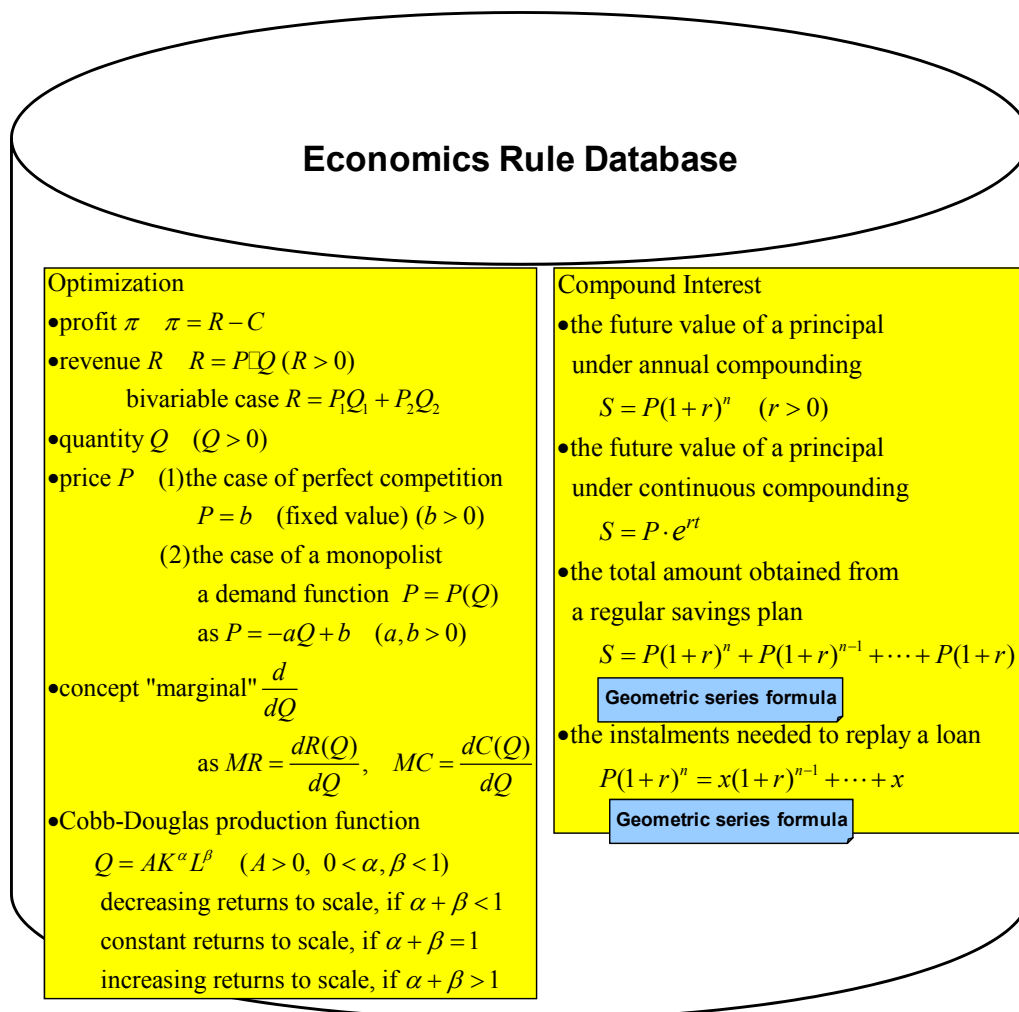


図1: 経済・経営ルールデータベースの例

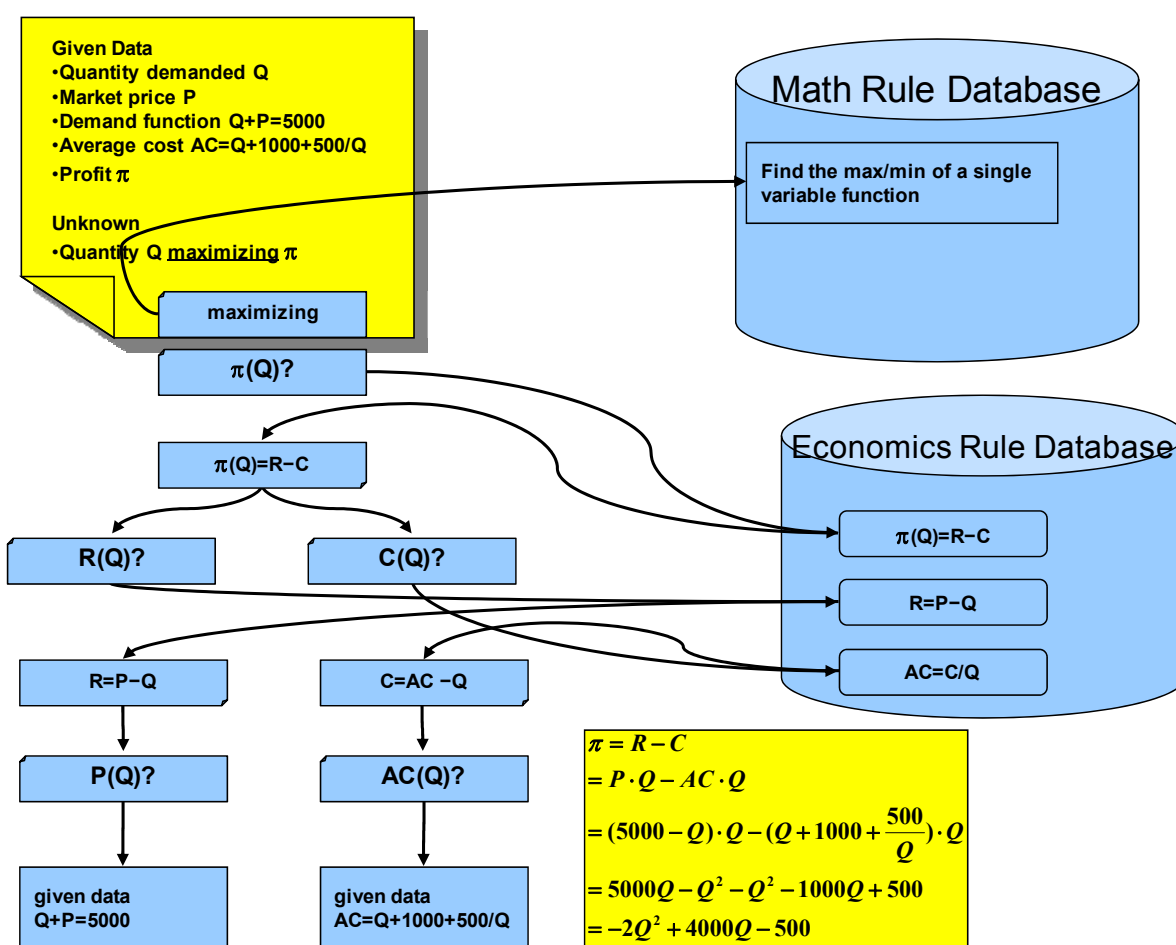


図2: 1変数最適化問題における推論エンジンシミュレーション法

#### 4. まとめ

本稿では筆者が提案し経営数学の講義で実践している推論エンジンシミュレーション法について説明した。本方法は推論による経営数学問題解決アプローチを効果的に実践できる方法であると考えられる。本方法においては、学生にまず2種類のルール・データベースを頭の中に構築してもらう。ひとつは数学ルール・データベースであり、数学の公式がルールである。第2番目は経済・経営に関するルール・データベースであり、経済・経営に関するセオリーがルールとして格納される。経営に関する文章題が与えられた場合、文中の重要キーワードを探し、そのキーワードを使って、2種類のルール・データベースを検索し、関連するルールを収集する。そして、そのルールの集合に対して、演繹推論を行い、文章題で与えられたデータと、未知数との間の関係を求めていく。

本稿では、この推論エンジンシミュレーション方法を説明するとともに、推論エンジンシステムにおける問題問題解決手法を学生に適応する際の注意点を説明した。筆者は経営数学の教授法として、ビジュアルアプローチによる問題解決方法を実践している。ビジュアルアプローチとともに、本稿で論じた推論エンジンシミュレーション法も今後とも実践していきたい。

#### 参考文献

1. 小川均, *3.知識表現と推論*, in *人工知能*, 溝口理一郎 and 石田亨, Editors. 2000, オーム社: 東京.
2. 前田隆 and 青木文夫, *新しい人工知能 発展編*. 2000, 東京: オーム社.
3. 横田一正 and 宮崎収兄, *2.3 演繹データベース*, in *新データベース論 関係から演繹・オブジェクト指向へ*. 1994, 共立出版: 東京.
4. Betsur, N.C., *Reasoning Strategies in Mathematics*. 2006: Anmol Publications PVT. LTD.
5. 淡誠一郎, *4.機械学習*, in *人工知能*, 溝口理一郎 and 石田亨, Editors. 2000, オーム社: 東京.