期 末 試 験 問 題	試験日	2012 年 7 月 25 日	解答用紙	2枚
原子物理学概論	担 当	荒川　一郎	計算用紙	0枚

・電卓の持ち込み可です．携帯電話は不可です．

・式だけでなく，論理の展開がわかるような説明を記すこと．物理量の単位を忘れないこと．

・Boltzmann 定数：$k = 1.38 \times 10^{-23}$ J/K.

問　　　題

1. 気体分子の速さ分布を表す Maxwell-Boltzmann の速さ分布関数は，

$$f(v)dv = 4\pi\alpha v^2 \exp\left(-\beta v^2\right) dv, \qquad \alpha = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}}, \qquad \beta = \frac{m}{2kT}$$

である．ここで，v は気体分子の速さ（速度の絶対値），m は気体分子の質量，T は気体の温度である．気体分子は球形でその直径を D とする．（以下の問題ではいずれも導く過程を示すこと．最終的な答えだけでは満点にはなりません．）

(a) 最大確率速さ v_{M}（ $f(v)$ が極大値をとる v ）を導け．

(b) 算術平均速さ $\langle v \rangle$ を導け．

(c) 気体分子密度 n の時の平均自由行程 λ を導け．

(d) 単位面積への気体分子の入射頻度 [s^{-1} m^{-2}] は，

$$\varGamma = \frac{n}{4}\int_0^\infty v f(v) dv,$$

また気体分子の平均運動エネルギーは，

$$\langle \frac{1}{2}mv^2 \rangle = \int_0^\infty \frac{1}{2}mv^2 f(v) dv = \frac{3}{2}kT$$

である．ある面に入射する気体分子の平均運動エネルギーは $2kT$ であることを導け．

Hint:

$$\int_0^\infty x^{2n}\exp(-ax^2)dx = \frac{1\cdot 3\cdots(2n-1)}{2^{n+1}}\sqrt{\frac{\pi}{a^{2n+1}}}\ , \qquad \int_0^\infty x^{2n+1}\exp(-ax^2)dx = \frac{n!}{2}\frac{1}{a^{n+1}}$$

2. 分子量 36（モル質量 $M = 36$ g/mol），分子直径 $D = 0.40$ nm の仮想的な球形気体分子について以下の問に答えよ．前問の結果を利用して良い．

(a) 気体の温度 $T = 298$ K，圧力 $p = 1 \times 10^{-4}$ Pa の時の平均自由行程 λ を求めよ．

(b) 気体の温度 $T = 298$ K，圧力 $p = 1 \times 10^{-4}$ Pa の時の入射頻度 $\varGamma$ を求めよ．

(c) 気体の温度が $T = 77$ K と $T = 298$ K の時のそれぞれの速さ分布を 1 枚のグラフ上に描け．横軸に v，縦軸に $f(v)$，各軸の目盛りと単位を忘れないこと．細かいところまで精確である必要はないが，特徴がわかるように書くこと．言葉で補っても良い．