中 間 試 験 問 題	試験日	2013 年 5 月 22 日	解答用紙	2枚
原 子 物 理 学 概 論	担　当	荒川　一郎	計算用紙	0枚

・電卓の持ち込み可です．携帯電話は不可です．

・いずれの問題でも導く過程を示すこと．最終的な答えだけでは満点にはなりません．

・Boltzmann 定数：$k = 1.38 \times 10^{-23}$J/K.

問　　　題

1. 気体分子の速さ分布を表す Maxwell-Boltzmann の速さ分布関数は,

$$f(v)\mathrm{d}v = 4\pi\alpha v^2 \exp\left(-\beta v^2\right) \mathrm{d}v, \qquad \alpha = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}}, \qquad \beta = \frac{m}{2kT}$$

である．ここで，v は気体分子の速さ（速度の絶対値），m は気体分子の質量，T は気体の温度である．最大確率速さ v_{M}，平均速さ $\langle v\rangle$，二乗平均速さ $\sqrt{\langle v^2\rangle}$ を求めよ．

$$\text{Hint :} \quad \int_0^\infty x^{2n} \exp(-ax^2)dx = \frac{1\cdot 3\cdots(2n-1)}{2^{n+1}}\sqrt{\frac{\pi}{a^{2n+1}}}$$

$$\int_0^\infty x^{2n+1} \exp(-ax^2)dx = \frac{n!}{2}\frac{1}{a^{n+1}}$$

2. 気体分子数密度 n，気体分子の質量 m，温度 T の時の，面への気体分子入射頻度 Γ を求めよ．

$$\text{Hint :} \quad \Gamma = \frac{n}{4}\int_0^\infty vf(v)dv \quad \text{は既知のものとして用いて良い.}$$

3. 分子数密度 n の時の直径 D の球形の気体分子の平均自由行程 λ を導け．分母には $\sqrt{2}$ が必要である．その理由は説明して欲しいが，$\sqrt{2}$ となることを導く必要は無い．

4. He 気体（モル質量 $M = 4.00$ g/mol，分子直径 $D = 0.280$ nm とする）について，上記の問題の結果を基に以下の問いに答えよ．数値は有効数字 3 桁まで示すこと．
   (a) $T = 30.0$ K と $T = 270$ K の時の最大確率速さ v_{M} を求めよ．
   (b) $T = 30.0$ K と $T = 270$ K の時の速さ分布関数のグラフを描け．横軸に v，縦軸に $f(v)$，各軸の目盛りと単位を忘れないこと．細かいところまで精確である必要はないが，特徴がわかるように描くこと．言葉で補っても良い．
   (c) 気体の圧力 $p = 1.00 \times 10^{-4}$ Pa の時の平均自由行程 λ を求めよ．
   (d) $T = 270$ K，$p = 1.00 \times 10^{-4}$ Pa の時の単位面積への入射頻度 Γ を求めよ．