

期 末 試 験 問 題	試 験 日	2017 年 7 月 26 日	解 答 用 紙	2 枚
原 子 物 理 学 概 論	担 当	荒 川 一 郎	計 算 用 紙	0 枚

- ・電卓の持ち込み可です。携帯電話は不可です。
- ・式だけでなく、論理の展開がわかるような説明を記すこと。物理量の単位を忘れないこと。
- ・ Boltzmann 定数： $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$ ，光速： $c = 3.00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$  とする。

## 問 題

1. 原子から放出される光は線スペクトルの集まりで、それらの波長  $\lambda$  は、

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{i^2} - \frac{1}{j^2} \right) \quad i = 1, 2, \dots, j = i + 1, i + 2, \dots \quad (1)$$

と言う系列で表される。ここで  $R$  は Rydberg 定数である。

一方、Bohr の原子モデルによれば、電子が円軌道を取る条件 (式 (2)) と角運動量が  $h/2\pi$  の整数倍になると言う量子条件 (式 (3)) から、エネルギー準位を導くことができる。

$$v^2 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e r} \quad (2)$$

$$m_e v r = n \frac{h}{2\pi} \quad (3)$$

ここで、 $v$  は電子の速度、 $e$  は素電荷の大きさ、 $\epsilon_0$  は真空の誘電率、 $m_e$  は電子の質量、 $r$  は電子の軌道半径、 $n = 1, 2, \dots$ 、 $h$  は Planck の定数である。

- 式 (1) のような系列の光が出るためには、電子のエネルギー準位  $E_n$  はどの様になっているべきか、 $h, c, R, n$  で表せ。
- 式 (2)(3) より電子のエネルギー準位  $E_n$  を導き、 $m_e, e, \epsilon_0, h, n$  で表せ。
- 問 (a), (b) の答えを比較して、Rydberg 定数  $R$  を  $m_e, e, \epsilon_0, c, h$  で表せ。
- 問 (c) で得た  $R$  の式にそれぞれの正確な値を代入して計算すると、その値は水素原子で観測されている Rydberg 定数  $R_H = 1.096775854 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$  (2014 CODATA) より約 0.05% ほど大きい値  $R = 1.0973731568508 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$  (2014 CODATA) になる。わずかとはいえなぜ一致しないのか説明せよ。

2. 物質に X 線を照射したとき Compton 効果と呼ばれる現象が観測される。

- Compton 効果ではどのような現象が見られるのか説明せよ。
- Compton 効果は光の粒子性の証拠といわれる。それはなぜか説明せよ。

詳細な式を書く必要は無いが、実験・観察の内容と、その解釈の物理的背景がわかるように書くこと。字数は制限しない。それぞれ 100~200 字程度で良い。もちろん式・図を用いて差し支えない。

3. 溶鉱炉から発する光のスペクトル  $u(\lambda, T)$  (炉内の温度  $T$  のときの波長  $\lambda$  の光のエネルギー密度) の研究から Planck の定数  $h$  が生まれた. 次の経験法則と理論式について, 以下の問に答えよ.

- Wien の変位則: 強度  $u(\lambda, T)$  が最大となる波長  $\lambda_{\max}$  と温度  $T$  の関係.

$$\lambda_{\max} T = 2.9 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K} \quad (4)$$

- Wien の式: ピークを含む短波長領域のスペクトルを表現する経験則.  $A$  は定数.

$$u(\lambda, T) d\lambda \propto \frac{1}{\lambda^5} \exp\left(-\frac{A}{\lambda T}\right) d\lambda \quad (5)$$

- Rayleigh-Jeans の理論式: 長波長領域は実測によく合う.

$$u(\lambda, T) d\lambda \propto \frac{T}{\lambda^4} d\lambda \quad (6)$$

- Planck の放射公式: 式 (2) と式 (3) を一つにして実測値に合わせる工夫.

$$u(\lambda, T) d\lambda = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{kT\lambda}\right) - 1} d\lambda \quad (7)$$

- (a) 式 (4) の値を基に式 (5) の定数  $A$  を求めよ.
- (b) 式 (7) は, 短波長では式 (5), 長波長では式 (6) の形に近似できることを示せ.
- (c) Planck の定数  $h$  の値を求めよ.