「一般物理学」問題集（2018 版 v.1）

1. 中央教育研究棟のエレベータに乗ったところ，1 階から 12 階まで約 30 秒かかった．動き始めは体がいつもより重く感じ，止まる前は軽く感じた．このときに感じている加速度を求めよう．計算を簡単にするために，高低差は 45 m とし，動き始めてから，(i) 0-6 秒の間は重く，(ii) 6-26 秒はいつもと同じに，(iii) 26-30 秒は軽く感じたとする．また，それぞれの段階で加速度の大きさは一定とする．i，ii，iii の各段階で感じている加速度の大きさを求めよ．（静止している時に感じる重力加速度も考慮に入れること．）

2. 人の呼吸について考えよう．
   (a) あなたが 1 分間に呼吸している空気の体積を見積もれ．
   (b) 空気の中の酸素のモル比は約 20 % であるのに対し，人が吐く呼気の中のそれは約 15 % である．あなたが毎分消費している酸素分子の数を求めよ．
   (c) 体内で糖類などを酸化して得られるエネルギーは，酸素 1 分子あたり約 5 eV である．あなたの毎秒のエネルギー発生量（ [J/s] あるいは [W] の単位）を求めよ．また 1 日では何 kcal になるか．

3. 人は食物から摂取した糖類，脂肪類等を呼吸から得た酸素で酸化してエネルギーを得る．必要なエネルギーを一日に 2000 kcal として以下の問いに答えよ．問題を解くために必要な物理量があれば，各自適当に設定せよ．1 cal = 4.19 J, 1eV = 1.6×10^{-19} J とせよ．
   (a) 酸素で糖類などを酸化して得られるエネルギーを酸素 1 分子あたり約 5 eV とする．1 日に必要な酸素分子数を求めよ．
   (b) 空気中の酸素の分子数の割合は約 20 % であるのに対し，人が吐く呼気の中のそれは約 15 % である．1 日に呼吸しなければならない空気の体積を求めよ．
   (c) あなたが現在，毎分呼吸している回数を数え，上記の問題の答えから 1 回に呼吸する空気の体積を求めよ．（この値が「変だ！」と思ったら，解き方が間違っていると考えるべきだ．）

4. 光エネルギーを電気エネルギーに変換する太陽電池は p 型と n 型の半導体を接合した素子からなり，可視光が当たると素子ごとに約 0.5 V の起電力が得られる．現在実用化されている太陽電池のエネルギー変換効率は低いものでも 10 %，高いものでは 20 % を越えているそうである．
   (a) 太陽から地表に降り注ぐエネルギーは 1 $\mathrm{kW/m^2}$ 程である．光子の平均のエネルギーを 2 eV と仮定して，毎秒 1 $\mathrm{m^2}$ に入射する光子の数を求めよ．
   (b) 面積 1 $\mathrm{m^2}$ で変換効率 15 % の太陽電池から電位差 0.5 V で電流を取り出すと何 A の電流を得ることができるか．またこの電流に単位時間あたり流れる電子は何個か．
   (c) 光子 1 個で電子 1 個を励起することによって素子から電力が得られると（非常に単純に）考えてみよう．励起とは，高いエネルギー準位に持ち上げることで，ここでは，0.5 V の電位差だけ電子を持ち上げたので，0.5 V の起電力が得られると考えて良い．全ての光子が無駄なくそれぞれ 1 個の電子を励起するときを太陽電池の理想的な最高の効率とすると，それ

はいくらか.

5. 地震のニュースの度にマグニチュードと言う語を聞くと思う．マグニチュード M は地震で放出される総エネルギー E を表す指標で,

$$\log_{10}(E/1\mathrm{J}) = 1.5M + 4.8$$

の関係にある.（E/1J はエネルギーをジュール［J］の単位で表したときの数値.）

(a) 2011 年 3 月 11 日の東北地方太平洋沖地震のマグニチュードは $M = 9.0$ であった．放出されたエネルギーの総量を求めよ.

(b) 地表付近で厚さ 10 m の岩盤が 5.0 km 四方にわたって 1.0 m 陥没して地震が発生したとしよう．その時に放出される総エネルギーと，その地震のマグニチュードを求めよ．岩盤の密度は $\rho = 2.0$ g cm^{-3} とする.

(c) 巨大な彗星（隕石）が地球に衝突したら大災害が起こるであろう．直径 1.0 km，密度 $\rho = 2.0$ g cm^{-3} の彗星が無限遠から飛来して地球に正面衝突したとする．放出されるエネルギーの総量を求めよ．これを地震と見るとマグニチュードはいくらか．無限遠での彗星の速度はゼロとし，地球の重力場だけを考えればよい.

6. 普段使用している懐中電灯からはどのくらいの数の光子が出ているのだろうか．分解して豆電球を調べたら「2.5 V・0.3 A」と書かれていた．これから消費電力がわかる．消費する電力の内，可視光へのエネルギー変換効率を 10 % とし，可視光の光子の平均エネルギーを 2 eV とする.

(a) 毎秒放出される可視領域の光子の数を求めよ.

(b) 凹面鏡（放物面鏡）を使って電球の後ろ半分に出る光を反射して直径 5 cm の平行光線にした．5 m 離れたところで真正面から平行ビームを直視すると，瞳孔に入る光子の数は毎秒何個か.

(c) 前方に出る光は電球の中心からそのまま放射状にでているとする． 5 m 離れたところでビームから眼を外して，電球から直接来る光だけを見たときは毎秒何個の光子が瞳孔に入るか.

7. 地球（質量 M，半径 r）の中心から x 離れた位置（$x > r$ を考える）での質点（質量 m）の重力による位置エネルギーは,

$$P_1(x) = -G\frac{Mm}{x}$$

と書ける．ここで G は万有引力定数．一方，地表から高さ h での位置エネルギーは,

$$P_2(h) = mgh$$

と表せる．g は重力加速度である.

(a) それぞれの位置エネルギーの基準点はどこか.

(b) これらはある条件の下で等価であることを説明せよ．またその条件とは何か.

(c) g と G の関係を導け.

8. ソフトボール投げについて考えよう．ボールの質量は 190g とする．
   (a) あなたの遠投の記録は何 m ですか．およその値で可です．測ったことがない人は想像して値を設定してください．（この質問への回答には点はつきません．）
   (b) 最も効率よく水平から 45 度の方向に投げていると仮定すると，手を離れる瞬間のボールの速さはいくらか．（空気の抵抗は考えなくて良い．また，投げるときのボールの地面からの高さも無視して良い．）
   (c) 投げ始めてからボールを放すまで，一定の力をボールに加えていると仮定すると，その力の大きさはいくらか．自分の投げ方を頭に描いて，必要なデータは自分で設定せよ．

9. ロケットの打ち上げについて考えよう．ロケットは，燃料の燃焼から得られるエネルギーを後方に噴出する燃焼生成物の運動エネルギーに転換し，その反作用で推力を得る．以下では地上に静止しているロケットを垂直に打ち上げる出発の時を考える．燃料も含むロケットの全質量を M，時間 Δt の間に質量 Δm の燃料を燃焼して速度 v で噴射するとする．
   (a) ロケットは噴射によって上方にどれだけの力を受けるか．
   (b) 水素と酸素を燃焼して水 1mol を生成するとき，その燃焼熱の内の 200 kJ を噴射する水の運動エネルギーに変換できるとする．噴射する水の速さを求めよ．水の分子量は 18（mol 質量は 18 g/mol）である．
   (c) 打ち上げ時のロケットの全質量を 10000 kg とすると，重力に逆らってロケットを打ち上げるためには，毎秒何 kg 以上の燃料を消費する必要があるか．

10. 自動車の制動装置（ブレーキ）は，運動エネルギーを熱に変換することによって，動いているものを止める装置と言うことができる．ディスクブレーキと呼ばれる装置は，回転する鉄のディスクをパッドで挟んで摩擦熱を発生するので，その部分は猛烈に熱くなる．さて，どのくらいの熱が発生するのか考えてみよう．
   (a) 速さ $v = 90\text{km/h}$ で走っている質量 $M = 1200\text{kg}$（乗員を含む）の自動車の運動エネルギーを求めよ．
   (b) この車を停止させる時，運動エネルギーのすべてが，ディスクブレーキで熱に変換されたとする．4 輪にとりつけられたディスクとパッドの全質量を $m = 10\text{kg}$ とし，その比熱は $c = 0.12\text{cal/g}\cdot\text{K}$ とする．$v = 90\text{km/h}$ から停止するまでの間に，ディスクとパッドの温度は何度上昇するか．（ 1 cal = 4.19 J である．）

11. 物と物を接触させたり，こすり合わせたりすると，電荷の偏りが生じ，一方が正，もう一方が負に帯電することがある．これは静電気あるいは摩擦電気と言われる．日常の生活の中で経験する摩擦電気は，どのくらいの電荷の偏りであろうか．例えばプラスチックの下敷きをこすって，髪の毛，消しゴムのかす，紙切れなどを吸い付ける遊び（実験？）はたいていの人が経験しているであろう．あるいは箔検電器を使った実験をやったことがある人もいるであろう．それらの実験を思い出して，そこではどの程度の電荷量が偏って存在しているか，電子に直すと何個分に相当するか，概算してみよ．計算に必要な諸量は自分で適切と思われる値を設定せよ．

12. 地球表面の様々な現象のエネルギー源は，火山活動などをのぞけば，太陽である．地球表面に入る太陽からの熱の多くの部分は，陸や海からの水の蒸発に使われ，蒸発した水は雨や雪となる．ここでは次のような仮定のもとに，地球表面全体で平均した年間の総降水量を求めてみよう．太陽と地球の間の距離を $R = 1.5 \times 10^{11}\mathrm{m}$，地球の半径を $r = 6.4 \times 10^{6}\mathrm{m}$，水の蒸発熱を $H = 2.5 \times 10^{6}\mathrm{J/kg}$，水の密度を $d = 1.0\mathrm{g/cm^3}$ とする．
    (a) 太陽が宇宙空間に放射する全エネルギー E は 1 秒あたり $3.8 \times 10^{26}\mathrm{J}$ と言われている．地球が毎秒浴びるエネルギーを求めよ．
    (b) 地球が浴びるエネルギーのうち，大気や地球表面で反射される部分，一度蓄えられて再び熱として放射される部分をのぞくと，残りの大半は，水の蒸発に使われる．浴びたエネルギーの四分の一が水の蒸発に使われると仮定すると，毎秒どれだけの質量の水が蒸発するか計算せよ．
    (c) それらの水が地球の全表面に均一に雨となって降り注ぐとすると，年間の総降水量は何 mm になるか．

13. アボガドロ数は，「質量数 12 の炭素 $^{12}\mathrm{C}$ の 12g 中に含まれる原子の数」と定義されている．この最新の値（2010 CODATA）は，$6.02214129 \times 10^{23}\ \mathrm{mol}^{-1}$ である．さて，どうやってアボガドロ数を決めるのだろうか．今まで聴いたことも，考えたこともない人もこの際考えてほしい．何かうまい測定原理を考えだして，それを実現するには具体的にどのような実験・測定をすれば良いか提案し説明してください．
    注：例えば「12g の炭素の原子を一つ一つ数える．」と言うだけでは完全な答えになりません．その場合には「数える方法」を説明しなければいけません．
    注：炭素にこだわる必要はない．実際には，それぞれの測定に使いやすい炭素以外の物質（原子，分子，気体，液体，固体）を用いている．

14. 「あの重いジャンボジェット機がなぜ空に浮ける（飛べる）のか．」という問いに対して定量的に答えることはそれほど簡単ではない．詳しいことは流体力学の勉強を待つことにして，ここでは「翼で空気の流れの向きを変える．すなわち空気に下向きの運動量を与えて，その反作用として揚力を得る．」という最も単純な考え方に沿って，計算を進めてみよう．ジャンボジェット機が，高度約 10,000 m を速度 v = 900 km/h で飛行している時を考える．ジャンボジェット機の質量を m = 300 t，主翼の長さは左右合わせて l = 50 m とする．周囲の大気は 0.3 気圧で氷点下 40 度とする．重力加速度は g = 9.8 $\mathrm{m/s^2}$ とする．
    (a) 周囲の大気の密度（質量密度）ρ を求めよ．空気の平均分子量を 29 g/mol とする．
    (b) ジャンボジェット機から見たときを考える．翼によって，翼の上下合わせて厚さ d の空気の層の流れを，水平方向の速度は v のままで角度 θ だけ下向きに変えるとする．毎秒どれだけの体積の空気がその流れの向きを変えられているか，あたえられた記号を用いて式で答えよ．
    (c) 1 秒間に翼が上向きに受ける力積はいくらか，あたえられた記号を用いて式で答えよ．
    (d) θ = 0.1 rad と仮定する．（0.1rad $\approx$ 5.73 度．このくらい小さい角度ならば $\tan\theta \approx \theta$ と近似して良い．）この状態で，重力と揚力が釣り合って水平飛行しているとすると，流れの向き

を変えられている空気の層の厚さ d はいくらになるか，与えられたデータを用いて計算せよ．

15. 道路の上にタイヤの黒い跡（スキッドマークと呼ぶ）がしばしば見られる．これは，急ブレーキをかけて車輪の回転が止まったために，タイヤのゴムが道路をこすってつけた跡である．このスキッドマークの長さ l，すなわち停止距離，とブレーキをかけ始めたときの自動車の速度 v の関係を求めよう．自動車の質量を M，タイヤと路面との間の動摩擦係数を μ，重力加速度を g とする．自動車は直進し，４輪には均等に荷重と摩擦力が加わっていると仮定する．
   (a) タイヤが路面を滑っているときに働く摩擦力を求めよ．
   (b) 自動車の運動エネルギーがすべて摩擦で失われたと仮定して l と v の関係を求めよ．
   (c) M = 1000 kg, μ = 0.8, v = 100 km/h, g = 9.8 m/s^2 の時の l を求めよ．

16. 大気中で物体の表面には毎秒何個くらいの気体分子がぶつかっているのだろうか．以下の手順で概算してみよう．空気の平均 mol 質量を 29 g/mol，ボルツマン定数を $k = 1.38 \times 10^{-23}$ J/K とする．
   (a) 温度 T のとき，気体一分子の平均運動エネルギーは $3kT/2$ である．このエネルギーは xyz 三方向に等しく分配されるとして，それに相当する速さの x 成分 v_{x} を求めよ．T = 300 K の時の v_{x} を計算せよ．
   (b) 単位時間に単位面積に入射する気体分子の数を $\mathit{\Gamma}$ とする．x 方向に垂直な面に加わる圧力 p を $m, v_{\mathrm{x}}, \mathit{\Gamma}$ で表せ．
   (c) T = 300 K，1 気圧（$p = 10^5$ Pa）での $\mathit{\Gamma}$ を求めよ．

   注：この方法はあくまで概算であって，実は，正しくない．$\mathit{\Gamma}$ を正しく導く方法は第 2 学年の原子物理学概論でやります．

17. 白熱電球では消費する電力の内の 10% が可視光，70% が赤外線のエネルギーとなり，残りは熱となって周りに伝わっていくと言われている．消費電力 100 W の白熱電球を考える．電球は点光源で，全方向に等方的にエネルギーを放出していると考えて良い．
   (a) 夜間 100 m 離れている電球の光を見ることができた．このとき瞳に入る可視光のエネルギーは毎秒何 J か．瞳の面積を a = 5 mm^2 とする．
   (b) 電球の下 50 cm の所に掌（てのひら）をかざすと暖かみを感じることができた．このとき掌の面積 A =100 cm^2 に入る赤外線のエネルギーは毎秒何 J か．

18. 自動車に乗ったときに感じる加速度を求めよう．それぞれで加速度は一定とし，水平方向の加速度の大きさだけを答えよ．
   (a) あるスポーツカーのカタログには，停止している状態 v_0 = 0 km/h から v_1 = 100 km/h まで Δt = 5 sec で加速できるとあった．この加速度を求めよ．
   (b) v_2 = 20 km/h で半径 r = 20 m のカーブを通過するときに感じる加速度を求めよ．
   (c) v_3 = 40 km/h からブレーキをかけたら l = 40 m 走って止まった．ブレーキをかけている間の加速度を求めよ．

19. レーザーを使って光の回折の実験をしよう．目盛が刻まれている物差しを机の上に水平に置く．物差しの長さ方向にそって物差しの面すれすれにレーザー光を入射して反射させると，目盛が回折格子の役目をして光の回折が起こる．離れた壁に投影すると光の点が並ぶ．レーザー光の波長を λ，目盛の間隔を d，入射光線と物差しのなす角度を θ，回折されて出射する光線と物差しのなす角度を ϕ とする．

(a) 光路差が波長の n 倍（n は整数）となって強め合う回折光の方向 ϕ を求めよ．

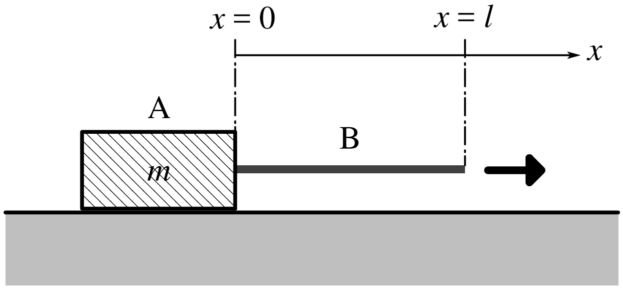
(b) $\lambda = 532$ nm, $d = 1$ mm, $\theta = 0.1$ radian として，物差しの位置から距離 $l = 3$ m だけ離れた垂直の壁に回折光を投影したとき，壁面に現れる鏡面反射光（すなわち $n = 0$）と $n = 1$ の回折光の点の間隔を求めよ．

20. 自転車に乗って水平面上の円軌道を走るときに姿勢を内側に傾けるのは，回転に必要な向心力を得るためである．（乗っている人にとっては，重力と遠心力の合力の方向に自転車の傾きを合わせると言っても良いだろう．）

(a) 速さ $v = 18$ km/h で半径 $r = 10$ m の円軌道上を走るときには，車体を垂直方向からどのくらい傾けたらよいか．自転車と人の重心とタイヤの接地点を結ぶ線が鉛直方向となす角 θ を求めよ．

(b) このような運動をしているとき，滑って転倒しないのは，タイヤのゴムと地面との間に働く摩擦力のおかげである．最大摩擦係数が $\mu = 0.8$ の時，半径 $r = 10$ m の円軌道を転倒せずに走れる速さの上限を求めよ．

21. 水平な台の上に質量 m の物体 A を置き，図のように自然長 l のゴムひも B を取り付けた．



ゴムひもの右の端を持って水平方向にゆっくりと引くと，ゴムひもが自然長 l から a だけ伸びた時に物体が動き始めた．その瞬間にゴムひもを引くのをやめたところ，物体は初めの位置から b だけ移動して止まった．台と物体の間の静止摩擦係数を μ_0，動摩擦係数を μ，ゴムひもが自然長から y 伸びたときの弾性力は，k を比例定数として ky とする．重力加速度を g とする．また $\mu_0 > \mu$ とする．

(a) 物体が動き始めたときのゴムひもの自然長からの伸び a と μ_0 の関係を示せ．

(b) ゴムひもが l から $l+a$ に伸びたときにゴムひもに蓄えられている弾性エネルギーを求めよ．

(c) 物体が止まるまでに摩擦力がした仕事を求めよ．

(d) 物体が止まったとき，ゴムひもがたるんでいたとすると，μ_0 と μ の間にはどのような関係があるか示せ．

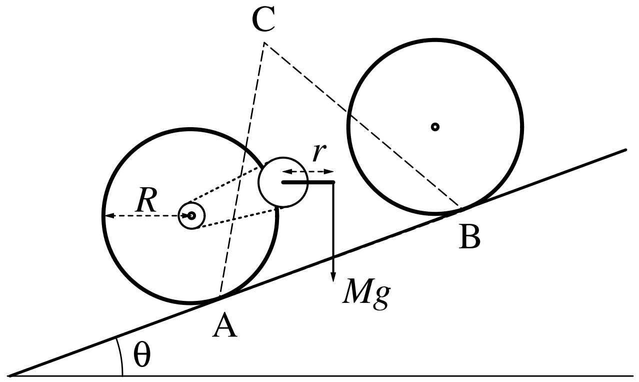
(e) ゴムひもが自然長より伸びた状態で物体が止まったときには，ゴムひもにはエネルギーがまだ蓄えられている．このときの移動距離 b を m, g, k, μ_0, μ を使って表せ．

22. 月の質量は $m = 7.35 \times 10^{22}$ kg，半径は $r = 1.74 \times 10^{3}$ km である．以下では，地球や太陽の影響，月の自転の影響は考慮しなくて良い．

(a) 月の表面では物体の「重さ」が地球表面での 1/6 になることを説明せよ．

(b) 月の表面からロケットを発射して月の重力を脱するのに必要な速度を求めよ．

23. 自転車でどのくらいの斜面を登れるのだろうかと考えた．持続的に長い斜面を登るのではなく，一瞬でも何とか上に向かって進める，あるいは後退せずに止まっていられるぎりぎりの角度を求めたい．もちろん斜面を斜行するのではなく，最大傾斜線に沿って登ることを考える．まずこの問題を以下の様にモデル化する．すなわち，乗っている人の質量を M，自転車の質量を m，人と自転車を合わせた全体の重心は，図に示すように後輪の接地点 A と前輪の接地点 B を底辺とする正三角形の頂点 C にあるとする．後輪の半径は R，ペダルのクランクの長さは r，ギヤ比は 2 : 1（前のギヤが 1 回転する間に後ろのギヤは 2 回転する）とする．



(a) まず，斜面に止まっている時に後ろにひっくり返らないためには斜面の角度 θ は何度以下でなければならないか．

(b) 前問で求めたひっくり返らないぎりぎりの角度で止まっているとき，タイヤがスリップしないためには，タイヤと斜面の間の最大摩擦係数 μ はいくつ以上でなければならないか．

(c) 前に進もう（登ろう）としたとき，ペダルにかけられる最大の力は全体重を図の様に真下に向かってクランクに垂直な方向にかけたときに得られるであろう．このとき，θ がどのような条件にあれば，自転車は前に進むか．

(d) M = 50 kg，m = 15 kg，R = 34 cm，r = 17 cm として，自転車で登れる斜面の角度 θ の上限はいくらか．

24. 地球に大気として存在する空気の総質量を求めよ．地球の半径は r = 6367 km とし，地表での大

気の圧力は $p = 1.013 \times 10^5$ Pa で一様として良い．

25. 小惑星イトカワの質量は $M = 3.5 \times 10^{10}$ kg，形状は大変いびつだが，ここでは半径 r = 160 m の球状と仮定しよう．重力定数は $G = 6.67 \times 10^{-11}$ m^3 kg^{-1} s^{-2} とする．以下では，太陽など他の天体の影響は考慮しなくて良い．
   (a) イトカワの表面での重力加速度を求めよ．
   (b) 観測衛星をイトカワの中心から半径 R = 320 m の円軌道に載せた．衛星の速度と一周に要する時間を求めよ．
   (c) 小惑星探査機はやぶさをイトカワの重力から脱出させるためには，イトカワの表面から最低どれだけの速度を与えて発射すればよいか．

26. 宇宙ステーションの中の無重量状態は，宇宙飛行士自身には必ずしも快適ではないであろう．昔の SF 映画の中には，車輪の様な形をした宇宙ステーションがよく出てきた．タイヤチューブに相当するところが人の居住空間で，宇宙ステーションを車輪の様に自転させて遠心力で擬似的な重力を発生させると言うアイデアである．さて，半径 50 m の車輪状の宇宙ステーションで，地表と同じ重力加速度をステーションの外周部分で得るためには，1 分間に何回転させればよいか．

27. 人の仕事率について考えよう．以下では仕事率は [W (= J/s)] の単位で求めよ．
   (a) 人は食物から摂取した糖類，脂肪類等を呼吸から得た酸素で酸化してエネルギーを得る．一日に 2000 kcal のエネルギーを消費する人の平均の仕事率を求めよ．1 cal = 4.19 J とする．
   (b) 体重 70 kg の A さんは，20 kg の荷物を担いで標高差 100 m の山道を 15 分で登ることができる．位置エネルギーの増加だけを考えて，平均の仕事率を求めよ．
   (c) あなた自身について何かの運動，動作をするときの仕事率を求めよ．どのような運動・動作を考えているのかを明確に記述すること．前問の数値を変えただけの答案は不可である．

   余談：仕事率の単位としてなじみの深い [馬力] は，1 馬力 = 745.7 W である．上の結果を [馬力] に換算してみよ．

28. 気体の運動について考えよう．気体は空気とし，平均の mol 質量は 29 g/mol とする．
   (a) 風速 $v = 10$ m/s の風が吹いている．空気 1 mol あたりの「風の」運動エネルギーを求めよ．
   (b) 温度 T のとき，気体分子の平均運動エネルギーは $\frac{3}{2}kT$ である．$T = 300$ K の時の一分子あたりの平均運動エネルギーを求めよ．
   (c) 前問の平均運動エネルギーに相当する気体分子の速さを求めよ．
   (d) 1 mol の空気中の「気体分子の」運動エネルギーの総和を求めよ．

29. 太陽と星から来る光の総エネルギー（あるいは光子の数）について考えよう．［−−］には問題を解くのに必要な種々のヒントが示してある．それらの値や関係式は，各自理科年表を活用して調べよ．
   (a) 地球上で太陽に正対する 1 m^2 の面に太陽から入射するエネルギーは毎秒いくらか．［太陽

の総輻射量，地球の公転軌道半径］

(b) もし太陽を直視したら瞳孔（開口面積 0.01 cm^2 とする）を通して眼に入るエネルギーは毎秒いくらか．（この様なことをすると網膜を痛めるのでしてはいけない．）

(c) 光子 1 個のエネルギーを 2.5 eV（1 eV = 1.6×10^{-19} J）とすると，上記の時に瞳孔に入射する光子の数は毎秒いくつか．

(d) 人が肉眼で見ることができる星は 6 等星と言われている．瞳孔の開口面積を 0.1 cm^2 として，ある一つの 6 等星から眼に入る光子の数は毎秒いくつか．［太陽の実視等級，星の等級と見かけの光量の関係］

30. ヘリコプターの回転翼（ローター）にはどのくらいの回転数が必要であろうか．簡略化したモデルに基づいて考えよう．図に示すように水平に対して θ の傾きを持った翼を速さ v で動かす．翼から見ると速さ v で飛んでくる空気に下方向に $v\tan\theta$ の速度成分を与えることになるので，その反作用によって浮力を得ると考える．その時方向を変えられる空気の層の厚さを h とする．回転翼は N 枚で，中心から半径 r_1〜r_2 の範囲が翼として働くとする．回転の角速度を ω，空気の密度を ρ，ヘリコプターの質量を m とする．

(a) 回転中心から距離 r の位置での翼の速度 v を r, ω で表せ．

(b) r の位置の微小幅 dr の部分が微小時間 Δt の間に厚さ h の層の空気に下方向の速度を与える．その空気の体積を求めよ．

(c) 前問で求めた空気に与える下方向の運動量の大きさを求めよ．

(d) 前問で求めた運動量に等しい力積を回転翼は受ける．r の位置の微小幅 dr の部分が受ける力を求めよ．

(e) 前問の結果を $r = r_1$ から $r = r_2$ まで積分することによって，回転翼 1 枚が受ける力を求めよ．

(f) N 枚の回転翼で質量 m の機体を浮かせるために必要な角速度 ω を求めよ．

(g) 現実のヘリコプターに近い値として，$N = 4$ 枚, $r_1 = 2$ m, $r_2 = 5$ m, $\theta = 0.1$ rad, $h = 0.4$ m, $m = 1000$ kg をとる． 空気の密度は $\rho = 1.2\ \mathrm{kg/m^3}$ とする．機体が浮くために必要な回転翼の回転数 $f = \dfrac{\omega}{2\pi}$ [1/s] を求めよ．（θ が小さいのでここでは $\tan\theta = \theta$ と近似して良い．）

(h)［発展問題］ドラえもんのタケコプターが同じ原理で働いているとすると，どのくらいの回転数が必要であろうか？　もちろん他に解決しなければならない原理的・技術的問題はあるが，それらには眼をつぶって考えよう．ドラえもんの体重は $m = 129.3$ kg である．タケコプターの正確な形状は不明だが，ここでは，$N = 2$ 枚, $r_1 = 0.1$ m, $r_2 = 0.2$ m, $\theta = 0.1$ rad, $h = 0.04$ m と仮定する．ドラえもんが浮くために必要なタケコプターの回転数 f を求めよ．

31. 自動車の仕事率について考えよう．あるスポーツカーの性能表に速度 0 km/h から 100 km/h まで加速するのにかかる時間が 5 秒と書いてあった．運転者を含めた質量を 1200 kg とする．等加速度運動と仮定して，以下の仕事率を [W (= J/s)] の単位で求めよ．

(a) 速度 0 km/h から 100 km/h まで加速する間の平均の仕事率を求めよ．

(b) 加速開始の最初の 0 秒から 1 秒の間と 4 秒から 5 秒の間のそれぞれの平均の仕事率を求

めよ．

(c) 加速を開始してから 1 秒後，3 秒後，5 秒後のそれぞれでの仕事率を求めよ．

32. 惑星探査機「はやぶさ」に搭載されているイオンエンジンは，イオンを電場で加速して噴射し，推力を得る装置である．地上からロケットを打ち上げるのに用いるロケットエンジンに比べると，推力ははなはだ小さいが，長い時間をかけて探査機の進行方向を変えたり，姿勢を制御するのに適したエンジンである．以下の問に答えよ．

(a) 質量 m，電荷 q のイオンを電位差 P で加速した後のイオンの速度 v を m, q, P で表せ．

(b) 上記の加速されたイオンを時間 Δt の間に N 個噴射するとき，探査機本体はどれだけの力（推力）F を受けるか，$m, q, P, \Delta t, N$ で表せ．

(c) 探査機の質量を $M = 500$ kg とする．7 日間かけて $\Delta V = 10$ m/s の速度を与えるためには，どれだけの推力 F が必要か．

(d) Xe（キセノン）の 1 価のイオンを $P = 1.5$ kV で加速して噴射するときのイオンの速度 v を求めよ．また，(c) で求めた推力を得るためには毎秒何個のイオンを噴射しなければならないか．Xe の mol 質量を 131 g/mol，素電荷の大きさを 1.6×10^{-19} C とする．

(e) このとき 7 日間で噴射する Xe の総質量を求めよ．

33. ガソリンエンジンで走る自動車のエネルギー効率について考察しよう．

(1) 運転手を含む自動車の質量を $m = 1.2 \times 10^3$ kg とする．

(2) ガソリンの燃焼熱を $Q = 3.3 \times 10^7$ J/L とする．（1 リットルのガソリンが完全に燃焼すると 3.3×10^7 J のエネルギーが発生する．）

(3) 速度 v_1 = 26 m/s で走っている時にアクセルを踏むのを止めたら 4.0 秒後に速度は v_2 = 24 m/s になった．（この間，ガソリンは供給されていないとする．）

(4) 速度 v = 25 m/s で走っている時の燃費は 18 km/L であった。（1 リットルのガソリンで 18 km 走れる．）

(1)〜(4) のデータを用いて，以下の問に答えよ。数値は有効数字 2 桁で求めよ．

(a) 実験 (3) における自動車の加速度は一定と仮定してその大きさを求めよ．

(b) 問 (a) で求めた加速度をもたらす力の大きさを求めよ．（この力は自動車が受ける空気抵抗や駆動機構の摩擦などに起因する．）

(c) 一定速度 v = 25 m/s で走っているときには，問 (b) で求めた力に釣り合うだけの力をエンジンが作り出している．このときエンジンは毎秒どれだけの力学的な仕事をしているか．

(d) (4) では毎秒何リットルのガソリンを消費しているか．また完全に燃焼しているとすると毎秒いくらのエネルギーが取り出せるか，(2) の数値を使って求めよ．

(e) (4) の走行状態では，ガソリンが発生するエネルギーの何パーセントが力学的仕事に変換されているだろうか．問 (c) と (d) の結果からその効率を求めよ

34. Gravity Light という灯りがある．発電機の回転軸の周りにベルトを取り付け，ベルトの先に錘をぶら下げる．錘が重力でゆっくり落下するときに発電機が回って LED を光らせる．重力場の位置エネルギーを電気エネルギーを経て光に変換する装置である．質量 20kg の錘を 20 分間か

けて落差 1.5m 落とす場合，変換効率が 100% と仮定して得られる理想最大電力は何 W か．（この装置は，錘を手で持ち上げれば何度でも使える．電池はもちろん，灯油やろうそくなどが入手できない地域へ普及させようという試みが行われている．）

35. 密度 ρ のプラスチックでできた半径 a，高さ $4a$ の円柱がある．水の密度を ρ_0 =1.00 g/cm^3 とする．
   (a) この円柱を水に浮かべたところ，図 1 の様に円柱の軸を水面に平行にして深さ $a/2$ だけ沈んだ．この円柱の密度 ρ を求めよ．
   (b) 直方体の容器の壁に垂直方向 $2a$，水平方向 $4a$ の長方形の孔を開けたものを用意する．円柱の中心に回転軸を通して孔にはめ込み，回転軸の周りに円柱が自由に回るように軸を壁に固定した (図 2 参照)．円柱と壁の隙間から水はこぼれないとする．容器に水を入れると，容器内側にある円柱の半分には浮力が働き外側には働かないので，円柱は軸の周りに回転するように思える．しかしそんなことが起きたら，これを永久機関とすることができるので回らないはずだ．なぜ回らないか力学的に説明せよ．（ここでは「もし回ったら永久機関ができるので回らない．」と言う熱力学的な説明は求めていない．ヒント：そもそも浮力はどういう力の合力として現れるのか考えよ．）

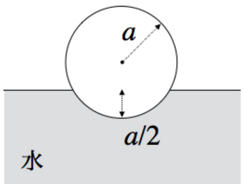


図1

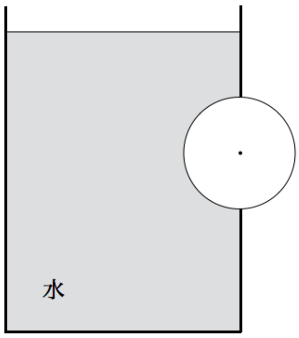


図2

36. 陸上フィールド競技の走り幅跳び，走り高跳び，棒高跳びを物理的に単純化して考えてみよう．いずれの競技も，走って蓄えた運動エネルギーをうまく使って，距離あるいは高さを稼ぐと考える．人間の体も質点としよう．跳ぶ直前の速さを v = 10 m/s とする．
   (a) 走り幅跳びの記録の理論的な上限はいくらか．（男子世界記録は 8.95 m）
   (b) 走り高跳びの記録の理論的な上限はいくらか．（男子世界記録は 2.45 m）
   (c) 棒高跳びの男子世界記録は 6.16 m である．棒高跳びの棒の役割を考察せよ．

37. 火星の質量は $M_M = 6.42 \times 10^{23}$ kg，半径は $R_M = 3.40 \times 10^3$ km である．以下では，太陽や他の惑星の影響，火星の自転の影響は考慮しなくて良い．
   (a) 火星の表面での重力加速度を求めよ．
   (b) 火星の重力を脱するためには，火星の表面を離れるときにどれだけの速度が必要か．

38. 容器を真空に排気する過程を考えよう．真空ポンプには様々な形式があるが，原理的に一番わかり易いのはピストンポンプである．図の右側のピストンとシリンダーの組み合わせがその原理を示している．底面には二つの弁があり，左側はシリンダーに入る方向に，右側はシリンダーから外に出る方向にだけ空気は流れる様になっている．図の様に内容積 V の容器にポンプを接続して，ピストンを上下すれば，容器内の空気はシリンダーを経由して少しづつ外に排気されて圧力は下がっていく．シリンダーの内容積（一回に取り込む空気の体積）を v，ピストンが 1 往復する時間を Δt とする．

(a) 時刻 t の時，ピストンは底まで下がっていて，容器内の圧力は $p(t)$ であった．ピストンが 1 往復した後の時刻 $t+\Delta t$ の容器内の圧力 $p(t+\Delta t)$ を $V, v, p(t)$ を用いて表せ．

(b) この時の圧力単位時間あたりの変化（圧力低下速度）

$$\frac{p(t+\Delta t)-p(t)}{\Delta t}$$

を $V, v, \Delta t, p(t+\Delta t)$ を用いて表せ．

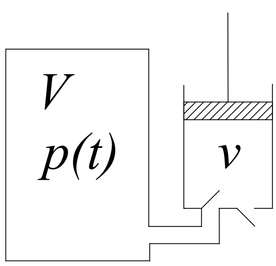
(c) 前問の答えの中に出てくる $v/\Delta t$ を排気速度と呼び S で表す．排気速度はポンプの動作条件によって決まる固有の値で一定と考えてよい．また Δt が十分短ければ，圧力は連続的に滑らかに変化すると見てよいであろう．そう考えると前問の答えの式は，圧力の変化を表す微分方程式に書き換えられる．

$$\frac{dp(t)}{dt}$$

を $V, S, p(t)$ で表せ．（$\Delta t \to 0$ ならば $p(t+\Delta t) \to p(t)$ としてよい．）

(d) 初期条件を $t = 0$ sec で $p(0\ \mathrm{sec}) = p_0$ として，この微分方程式を解き，$p(t)$ を時間の関数として求めよ．

(e) $S = 1.0$ L/s（リットル/秒），$V = 20$ L，$p_0 = 1.0 \times 10^5$ Pa とする．t =20 s, 40 s, 100 s での容器の圧力を求めよ．



39. 一原子分子理想気体を断熱的に圧縮するとき，その圧力 p，体積 V，温度 T の変化は，$pV^{\gamma} =$ 一定，$TV^{\gamma-1} =$ 一定という式に従う．γ は比熱比で一原子分子理想気体では 5/3 である．体積を 1% 縮めたとき，圧力 p と温度 T はそれぞれ何 % 変化するか．はじめの温度が $T = 300$ K のとき，温度変化は何 K か．

40. 気体を断熱的に圧縮する過程を分子運動論的に考えよう．ピストン・シリンダーの中に N 個の気体分子が閉じ込められている．はじめ，温度は T で，ピストンはシリンダーの底から距離 a の位置にある．気体分子の平均速さを v とし，ピストンの面に垂直な方向（x 方向とする）の速度成分を v_x とする．

この状態からピストンを速さ u で押し込むとピストンに衝突した気体分子の速さの x 成分の大きさは増加するので，気体分子の運動エネルギーは増加し，そのエネルギーが衝突によって他の気体分子にも分配されて，気体の温度は上昇する．気体分子が受け取ったエネルギーは外に逃げない（断熱的）と仮定して温度がどのくらい上昇するかを求めよう．

(a) 気体分子はピストンと完全弾性衝突し，また気体分子とピストン表面の間に摩擦はなく衝突によって x 方向に直角な速度成分は変化しないとする．速さ u で向かってくるピストンに衝突してはね返った後の気体分子の x 方向成分の速さ v_x' の大きさを v_x と u で表せ．

(b) 気体分子の 1 個の質量を m とする．衝突後の気体分子 1 個の運動エネルギーの増加を求めよ．

(c) 気体分子がシリンダーの底とピストンの間の距離 a を速さ v_x で往復するとき，ピストンが速さ u で微小距離 Δx 移動する時間 $\Delta t = \Delta x/u$ の間に，一つの気体分子がピストンに衝突する回数を $v_x, u, a, \Delta x$ で表せ．（$\Delta x \ll a$，$u \ll v_x$ として，ピストンが移動する間の a, v_x は一定と考えてよい．）

(d) この時間 Δt の間のシリンダーの中の N 個の気体分子の運動エネルギーの増加分 ΔE を $m, v, u, a, \Delta x, N$ で表せ．ここでは $u \ll v_x$ なので $v_x u + u^2 = v_x u$ として良い．また $v_x^2 = \frac{1}{3}v^2$ を用いよ．

(e) 上記のエネルギーの増加分 ΔE が断熱圧縮による気体の温度の上昇 ΔT になる．気体が一原子分子気体であれば，全内部エネルギーは $\frac{1}{2}mv^2 N$ であることを用いて， 温度の上昇の割合 $\Delta T/T$ を $a, \Delta x$ で表せ．

(f) $T = 300$ K, $\Delta x = a/100$ のとき，ΔT は何 K になるか．

41. 運動中の人の呼吸について考えよう．空気の中の酸素のモル比は 20%，人が吐く呼気の中のそれは 15% とする．また，体内で糖類などを酸化して得られるエネルギーは，酸素 1 分子あたり 5.0 eV とする．吸う空気の温度を 300 K とする．

(a) A 君は, 安静時には 0.30 L の空気を 1 分間に 12 回呼吸している．この時の毎秒のエネルギー発生量を求めよ．

(b) A 君が山で標高差 600 m を 1 時間で登るとき，位置エネルギーの増加分を賄うためには，一回に吸う空気の量を 0.50 L として，毎分何回呼吸する必要があるか．体重と荷物等を合わせて 60 kg とする．（安静時に必要な分も忘れないこと．）（効率 100% で位置エネルギーの増加に回せるわけではないので，実際の呼吸はもっと激しいはずだ．）